

маемой жидкости следует, что изобары совпадают с линиями постоянных скоростей. Разработан алгоритм расчета линий тока, эквипотенциалей и изобар. Выполнены расчеты для различных гидродинамических схем и проведен их анализ.

Литература

1. Галляутдинова Л.Р., Клоков В.В. Электрохимическое формообразование при скруглении и заточке//Модели механики сплошной среды, вычислительные технологии и автоматизированное проектирование. Тр. межд. конф. – Казань, 1997. – Т. 2. – С. 93–96.

О НЕКОТОРЫХ ГРУППОВЫХ СВОЙСТВАХ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Гудков В.А.

Самарский государственный университет

В работе найдены группы Ли и инвариантные решения для уравнений гидродинамики.

1⁰. Рассматриваются уравнения двумерных нестационарных движений идеальной несжимаемой жидкости (см. [1]):

$$u_t + uu_x + vv_y + p_x = 0; \quad v_t + uv_x + vv_y + p_y = 0; \quad u_x + v_y = 0. \quad (1)$$

Алгебра Ли операторов, допускаемая системой уравнений (1), имеет базис

$$\partial_t; \quad x\partial_x + y\partial_y + u\partial_u + v\partial_v + 2p\partial_p; \quad t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y; \quad y\partial_x - x\partial_y + v\partial_u - u\partial_v; \\ f_1(t)\partial_x + \dot{f}_1(t)\partial_u + x\ddot{f}_1(t)\partial_p; \quad f_2(t)\partial_y + \dot{f}_2(t)\partial_v + y\ddot{f}_2(t)\partial_p; \quad g(t)\partial_p. \quad (2)$$

Если в уравнениях (1) сделать замену

$$w(x, y, t) = u_y - v_x, \quad (3)$$

то базис соответствующей алгебры Ли примет вид

$$\partial_t; \quad y\partial_x - x\partial_y + v\partial_u - u\partial_v; \quad t\partial_t - u\partial_u - v\partial_v - w\partial_w; \quad t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y - w\partial_w;$$

$$f_1(t)\partial_x + \dot{f}_1(t)\partial_u; \quad f_2(t)\partial_y + \dot{f}_2(t)\partial_v; \quad -ty\partial_x + ty\partial_y - (tv+y)\partial_u + (tu+x)\partial_v - 2\partial_w. \quad (4)$$

При этом последнему элементу в базисе (4) нет аналога в предыдущем базисе (2).

2⁰. Уравнения, описывающие одномерные движения газа, имеют вид (см., например, [2]):

$$q_t + q q_r + \frac{p_r}{\rho} = 0; \quad \rho_t + q \rho_r + \rho q_r = 0; \quad s_t + q s_r = 0; \quad p = A_1(s) \rho^\delta. \quad (5)$$

Алгебра Ли для них будет иметь базис

$$\partial_t; \quad \partial_x; \quad t\partial_t + x\partial_x; \quad t\partial_t + \partial_u; \quad t\partial_x - u\partial_u + 2\rho\partial_\rho; \quad \rho\partial_\rho + p\partial_p. \quad (6)$$

В работе с помощью групп Ли построены уравнения для получения инвариантных решений уравнений гидродинамики. При этом уменьшается число независимых переменных и упрощается решение уравнений. С помощью инвариантных решений можно также изучать поведение других решений, важных в практическом плане. Свойства системы гидродинамических уравнений зависят от группы Ли, которую она допускает. Это продемонстрировано на примере уравнений двухмерной идеальной жидкости для случая, когда эти уравнения не содержат функции давления.

Хотя некоторые группы Ли, полученные в этой работе, элементарны (например, группы подобия, переноса, вращения и некоторые другие), кроме них есть также группы, которые были обнаружены с помощью метода Софуса Ли продолжения инфинитезимальных операторов.

То, что уравнения гидродинамики в общем случае нельзя проинтегрировать в замкнутом виде, делает особенно актуальным применение к ним теории алгебр Ли и групп Ли.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, код проекта 96-01-01997.

Литература

1. Андреев В.К., Капцов О.В., Пухначев В.В., Родионов А.А. Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике. Новосибирск: Наука, 1994. – 319 с.

2. Андреев В.К. Групповая классификация уравнений одномерных движений газа в лагранжевых координатах// Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1989. – Вып. 89. – С. 3-16.

ПОСТРОЕНИЕ В ЯВНОМ ВИДЕ ГЛОБАЛЬНОЙ УНИФОРМИЗАЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО СООТВЕТСТВИЯ

Долгополова О.Б.

Белорусский государственный университет

Под *проблемой глобальной униформизации* многозначного аналитического соответствия понимается проблема нахождения способов перехода от неявного задания $f(z, w) = 0$ к равносильному ему параметрическому заданию $z = \varphi(t)$, $w = \psi(t)$, где φ и ψ – однозначные мероморфные функции от параметра t .

Работа посвящена проблеме явного построения глобальной униформизации. Мы ограничимся здесь наиболее простым случаем униформизации алгебраического соответствия $f(z, w) = 0$.

Желая упростить процедуру униформизации, откажемся от использования автоморфных функций в качестве униформизирующих. Вместо этого реализуем следующую геометрическую идею. Разрезав риманову поверхность \mathfrak{R} , заданную уравнением $f(z, w) = 0$, по некоторым кривым, мы превратим её в риманову поверхность рода нуль с краем. Затем построим другую замкнутую поверхность рода нуль, включающую в себя эту поверхность с краем в качестве подмногообразия. Отобразив конформно построенную замкнутую поверхность на сферу $\widehat{\mathbb{C}}$, выразим искомую глобальную униформизацию в явном виде через отображающую функцию. Разумеется, здесь есть большой произвол, которым можно воспользоваться для упрощения задачи. Реализация изложенной идеи позволила доказать существование такой глобальной униформизации $z = \varphi(t)$, $w = \psi(t)$, что одна из функций $\varphi(t)$, $\psi(t)$ является рациональной.

Литература

1. Зверович Э.И. О возможности явного построения глобальной уни-